

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА імені О. М. БЕКЕТОВА**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ**

для практичних занять, виконання контрольних  
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи  
з курсу «Опору матеріалів»  
за темою

**«ЗГИН БАЛОК ТА РАМ»**

*(для студентів 1 – 2 курсів денної, заочної форм навчання та  
слухачів другої вищої освіти за  
напрямом 6.060103 – Гідротехніка (водні ресурси)  
192 – Будівництво та інженерія. Гідротехніка (водні ресурси))*

Методичні вказівки і завдання для практичних занять, виконання контрольних і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи з курсу «Опор матеріалів» за темою «Згин балок та рам» (для студентів 1 – 2 курсів денної, заочної форм навчання та слухачів другої вищої освіти за напрямом 6.060103 – Гідротехніка (водні ресурси), 192 – Будівництво та інженерія. Гідротехніка (водні ресурси) / Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова ; уклад. : Н. В. Середа, В. О. Склярів. – Харків : ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2016. – 30 с.

Укладачі: Н. В. Середа,  
В. О. Склярів

Рецензент: канд. техн. наук., доц. О. О. Чупринін

Рекомендовано кафедрою теоретичної і будівельної механіки,  
протокол № 2 від 20.09.2016 р.

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	4
1 ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ.....	5
2 ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ.....	5
2.1 Завдання № 1.....	5
2.2 Завдання № 2.....	10
2.3 Завдання № 3.....	14
3 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ.....	18
4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РГЗ.....	24
СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНИХ ДЖЕРЕЛ.....	25
ДОДАТКИ.....	26

## ВСТУП

Опір матеріалів – теоретично-експериментальна наука. Вона розробляє аналітичні методи розрахунку елементів конструкцій, а також експериментально вивчає механічні властивості матеріалів, з яких виготовлено ці елементи, під дією навантажень.

У теоретичній частині ця наука базується на теоретичній механіці й математиці, а в експериментальній – на фізиці та матеріалознавстві. Отже, опір матеріалів – це найбільш загальна наука про міцність машин і споруд. Однак вона не вичерпує всіх питань механіки деформівних тіл. Цими питаннями займаються й інші суміжні дисципліни: будівельна механіка стержневих систем, теорія пружності, теорія пластичності.

При проектуванні різноманітних конструкцій доводиться обирати матеріал і геометричні параметри, виходячи з розуміння надійності і матеріалоемності. Для цього необхідно проводити розрахунки на міцність, жорсткість і стійкість різних тіл, і елементів конструкцій.

Опір матеріалів у практичних розрахунках розглядає не саму конструкцію, а її розрахункову схему – реальне тіло, звільнене від впливу несуттєвих факторів. Основним елементом, що розглядає опір матеріалів є брус (стрижень, балка, вал) із прямолінійною віссю (прямолінійний брус), тобто тіло, у якого розмір в одному напрямку (довжина) набагато більше двох інших (поперечних) розмірів.

Користуючись законами теоретичної механіки й відповідним математичним апаратом, опір матеріалів розглядає питання міцності, жорсткості та стійкості машин і споруд.

Таким чином, опір матеріалів – одна з найважливіших дисциплін, що вивчаються студентами у вищих технічних навчальних закладах.

Ці методичні вказівки призначені для самостійної роботи студентів при підготовці до практичних занять і виконання розрахунково-графічного завдання. Вони містять теоретичні положення і вихідні дані для завдання. Вихідні дані беруть за вказівкою викладача.

Перш ніж приступити до виконання завдання, слід ознайомитися з теоретичним матеріалом, викладеним у цих методичних вказівках та списку літератури.

У роботі прийнята міжнародна система одиниць СІ.

# 1 ОФОРМЛЕННЯ РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНОЇ РОБОТИ

1. Роботу виконують на аркушах паперу стандартного формату А4.
2. Обкладинку роблять із щільного паперу для креслення. На титульному аркуші вказують назву й номер розрахунково-графічного завдання, найменування дисципліни, прізвище, ім'я та по батькові студента, його шифр, назву факультету, групу, прізвище та ініціали викладача.
3. Розв'язання кожної задачі слід починати із зазначення її номера, назви, переписати повністю умову задачі, числові дані й навести розрахункову схему.
4. Вирішення задачі має супроводжуватись короткими поясненнями, рисунками та ескізами.
5. Креслення і графіки виконують на міліметровому аркуші обов'язково в певному масштабі. На кресленнях треба вказати буквені позначення і числові значення усіх величин, використаних у розрахунках.
6. Вирішуючи задачу, слід спочатку одержати результат в алгебраїчному вигляді, а потім підставити відповідні числові значення. Одержаний в числовому вигляді результат підкреслити й обов'язково вказати одиниці виміру.

## 2 ВИХІДНІ ДАНІ Й ЗАВДАННЯ ДО РОБОТИ

### 2.1 Завдання №1

#### ПОБУДОВА ЕПЮР ПОПЕРЕЧНИХ СИЛ І ЗГИНАЮЧИХ МОМЕНТІВ ДЛЯ БАЛКИ З ОДНИМ ЗАПРАВЛЕНИМ І ДРУГИМ ВІЛЬНИМ КІНЦЯМИ

Для заданої сталюї балки необхідно:

- 1) побудувати епюри поперечних сил і згинаючих моментів;
- 2) визначити її переріз, прийнявши  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ .

#### *Методичні вказівки до завдання 1 і порядок його виконання*

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 1 та вихідні дані до неї з таблиці 1.
  2. Накреслити розрахункову схему балки в певному масштабі, вказати всі розміри й зусилля, що діють на неї.
  3. Побудувати епюру поперечних сил і згинаючих моментів.
- Епюри балок з одним заправленим і другим вільним кінцями можна побудувати без попереднього визначення опорних реакцій, незалежно від виду навантаження та розміщення опор.

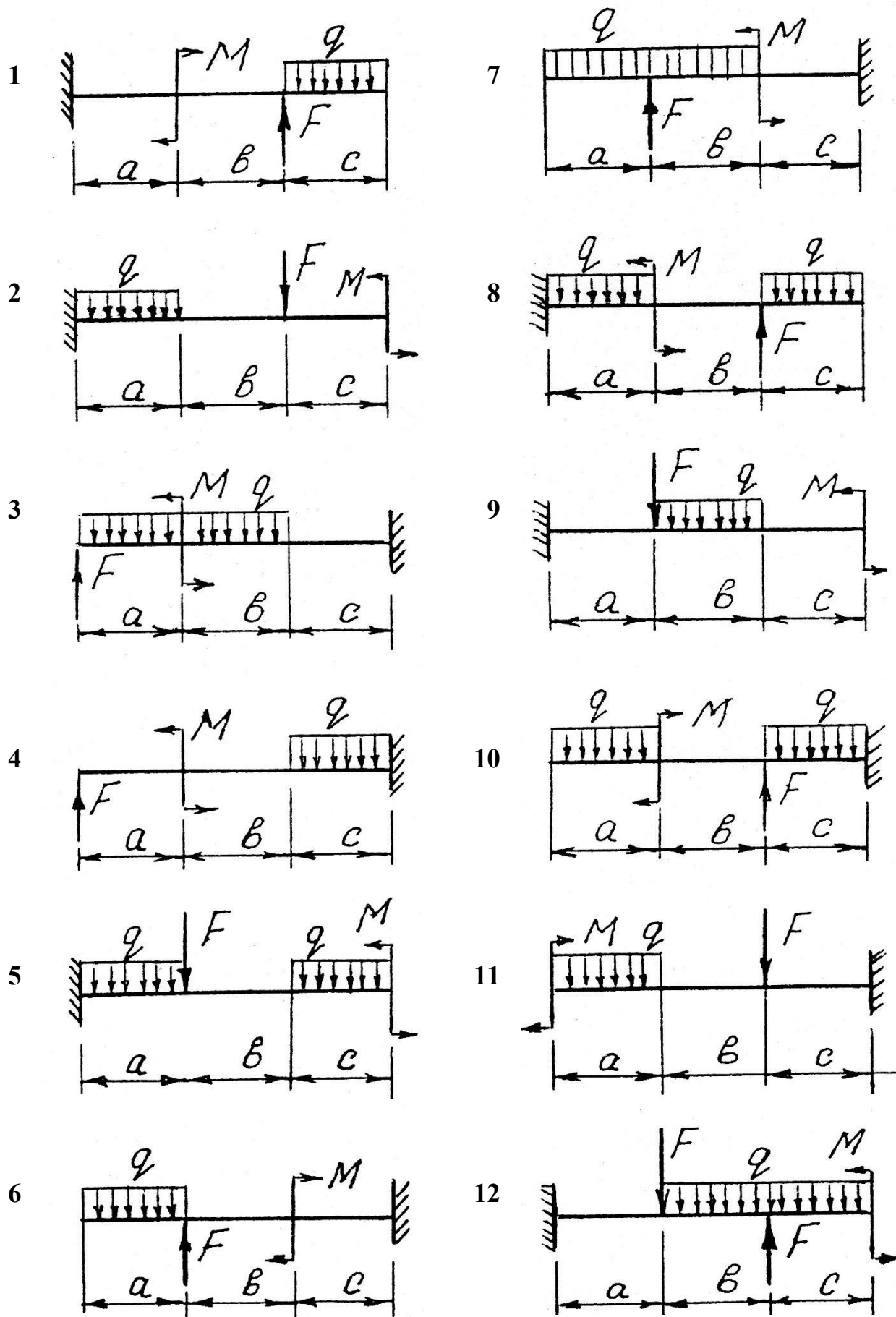
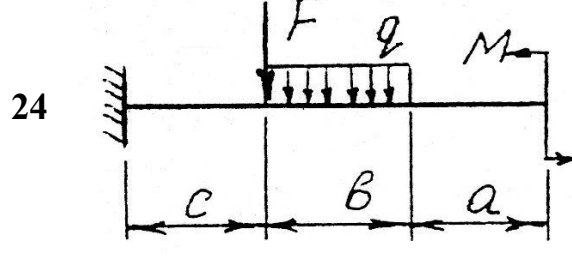
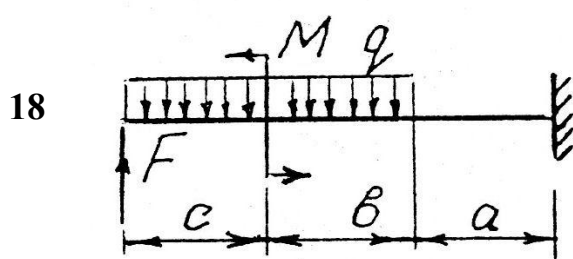
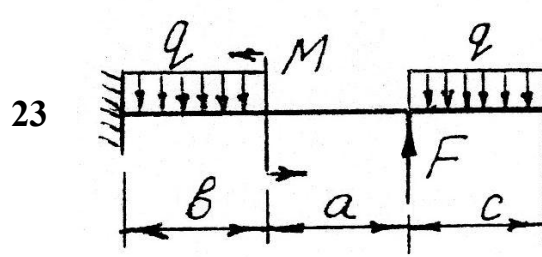
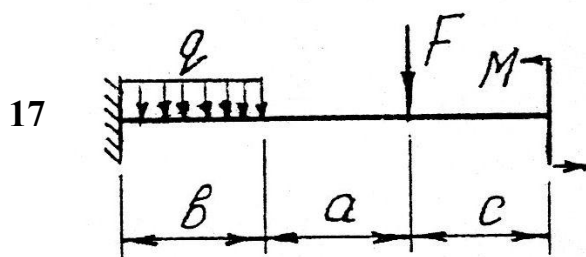
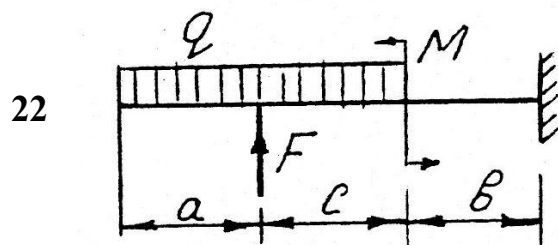
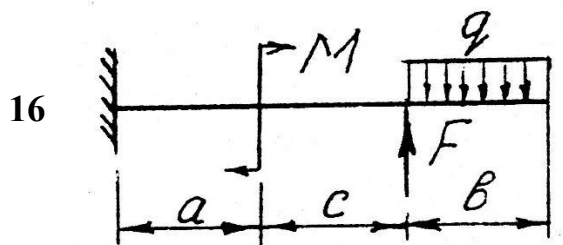
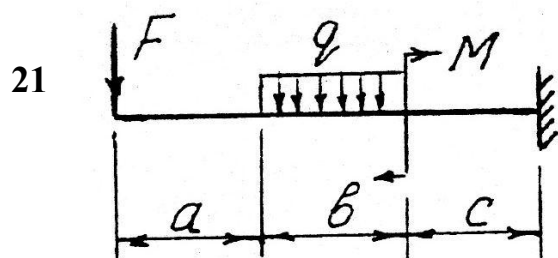
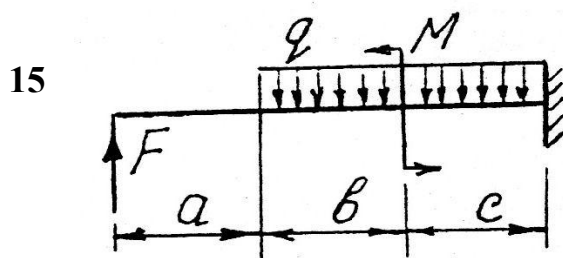
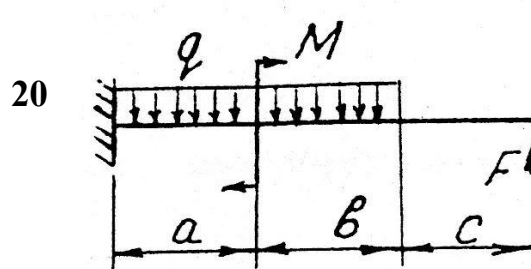
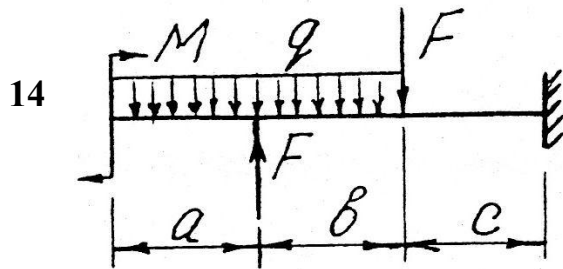
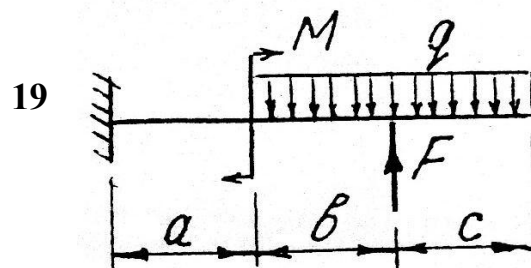
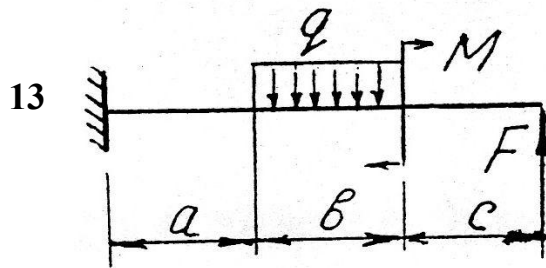


Рисунок 1



Таблиця 1 – Вихідні дані до завдання №1

№ з/п	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ кН/м
1	2,5	3,0	1,0	10	40	10
2	3,0	2,0	1,5	30	20	20
3	2,0	2,5	1,0	20	30	30
4	1,0	3,0	0,5	15	50	5
5	0,5	2,0	1,5	35	40	15
6	3,0	3,0	0,5	25	30	25
7	2,5	2,5	1,0	10	20	10
8	1,5	3,0	0,5	40	10	20
9	1,0	2,5	1,0	30	40	30
10	2,0	2,0	1,5	20	20	10
11	3,0	3,0	1,0	10	30	10
12	2,0	2,0	0,5	30	50	20
13	2,5	2,5	1,5	10	40	30
14	3,0	3,0	1,0	30	30	5
15	3,0	2,0	0,5	20	40	15
16	2,0	3,0	1,5	15	20	10
17	2,5	2,5	1,0	35	30	20
18	3,0	3,0	0,5	40	50	30
19	2,0	2,5	1,5	10	40	5
20	3,0	2,0	1,5	30	20	15
21	2,5	3,0	1,0	20	30	25
22	3,0	2,0	0,5	15	50	20
23	2,5	2,5	1,5	35	40	30
24	2,0	3,0	0,5	15	30	5

Побудову епюр таких балок починають від вільного кінця балки. В основу побудови епюр покладено метод перерізів.

При побудові епюри  $Q$  і  $M$  необхідно дотримуватись правила знаків.

*Якщо зовнішні сили мають повернути балку навколо перерізу за годинниковою стрілкою, то їх слід приймати зі знаком плюс, а якщо проти – із знаком мінус (рис. 2).*



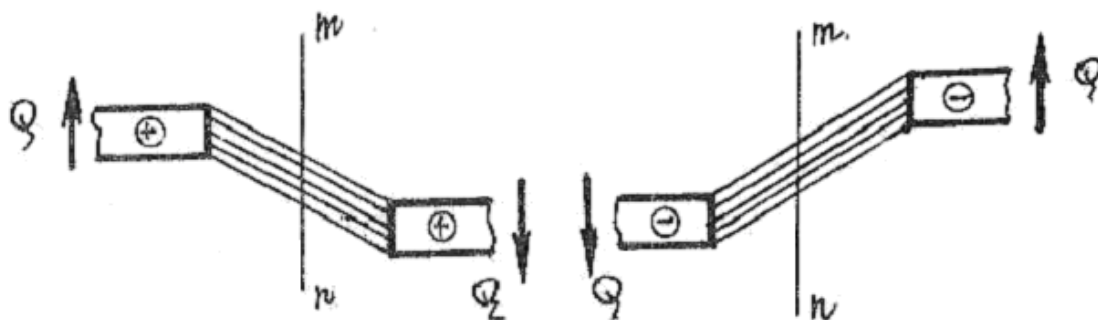


Рисунок 2 - Правило знаків для зовнішніх сил при визначенні  $Q$

Правило знаків для моментів: згинаючий момент вважається додатним, якщо в розглянутому перерізі балка згинається опуклістю вниз (нижні волокна розтягнуті), і від'ємним – якщо балка згинається опуклістю догори (верхні волокна розтягнуті) (рис. 3).

Епюру згинаючих моментів  $M$  будують на стороні розтягнутих волокон (додатні значення відкладають від осі епюри вниз, від'ємні – вгору).

Ординати епор  $Q$  і  $M$  відкладають під прямим кутом до базисної лінії.

Згинаючі моменти на шарнірних опорах дорівнюють нулю, максимальні й мінімальні значення на епорі  $M$  відповідають зміні знаків на епорі  $Q$ .

При побудові епор слід пам'ятати, що скачки на епорах  $Q$  мають місце там, де прикладені зосереджені сили (в тому числі реакції), а на епорах  $M$  – в місцях прикладання зосереджених зовнішніх моментів.

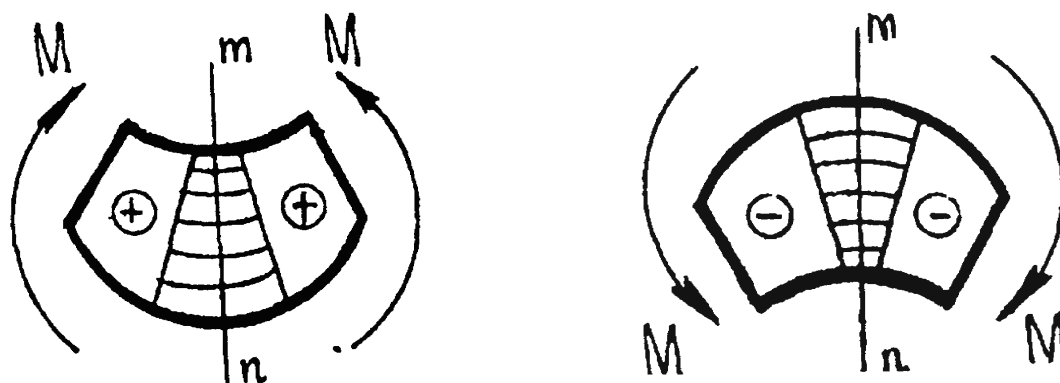


Рисунок 3 - Правило знаків для моментів зовнішніх сил при визначенні згинаючих моментів  $M$

4. Добір поперечного перерізу двотаврової балки проводять за умови міцності при згинанні:

$$W_z \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]}.$$

5. При великих згинаючих моментах бувають випадки, коли неможливо підібрати стандартний прокатний профіль, бо потрібний момент опору більший, ніж є в ДСТУ (див. додаток). Тоді треба прийняти балку з двох стандартних профілів, поставлених поряд, а номер профілю визначити з умови  $0,5 \cdot W_z$  (де  $W_z$  знайдено розрахунком).

## 2.2 Завдання №2

### РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА ЗГИН ТА ПІДБІР ЇЇ ПОПЕРЕЧНОГО ПЕРЕРІЗУ

Для заданої балки необхідно:

- 1) визначити опорні реакції;
- 2) побудувати епюри поперечних сил  $Q$  і згинаючих моментів  $M$ ;
- 3) підібрати поперечний переріз балки, вважаючи, що вона виготовлена з деревини і має  $[\sigma] = 10$  МПа.

#### *Методичні вказівки до завдання 2 і порядок його виконання*

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 4 та вихідні дані до неї з таблиці 2.

2. Накреслити в масштабі розрахункову схему балки.

3. За допомогою рівнянь статки визначити вертикальні реакції на опорах. Якщо в результаті розрахунку реакція виявиться зі знаком мінус, то напрям вибраної реакції слід змінити на протилежний. Для контролю правильності визначення реакції скласти рівняння рівноваги, що не було використане при визначенні реакцій.

4. Побудувати епюри поперечних сил  $Q$  і згинаючих моментів  $M$ . Встановити границі ділянок завантаження з урахуванням розміщення силових факторів. Для кожної ділянки записати рівняння  $Q_i = f(z_i)$  та  $M_i = f(z_i)$ , за допомогою яких визначити величини поперечних сил і згинаючих моментів на границях ділянок. Для визначення максимального значення  $M_i^{max}$  на ділянці з рівномірно розподіленим навантаженням використати диференційну залежність

$$\frac{dM}{dz} = Q.$$

Епюри  $Q$  і  $M$  викреслити під розрахунковою схемою балки, вказати на числові значення ординати на границях ділянок.

5. Виходячи з умови міцності

$$W_z \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]},$$

підібрати переріз балки прямокутного ( $h = 2b$ ) і круглого профілю.

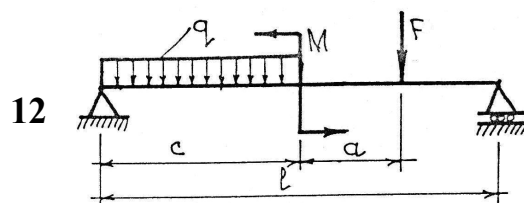
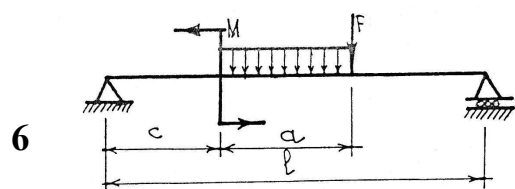
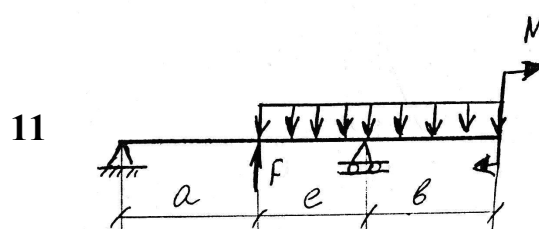
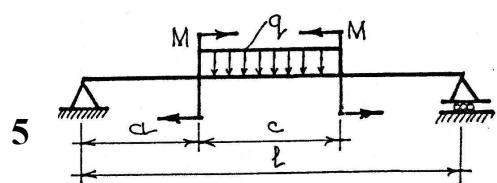
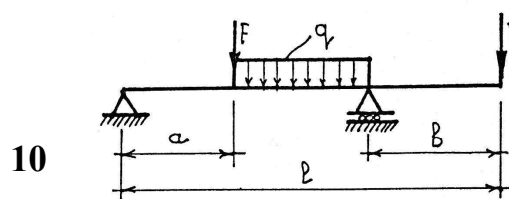
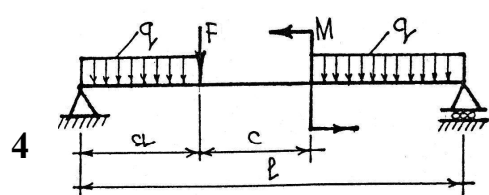
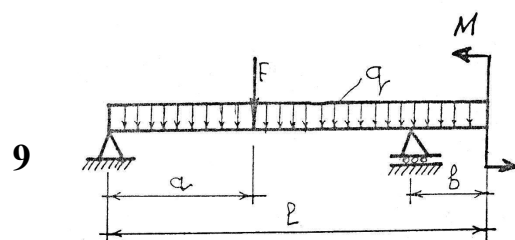
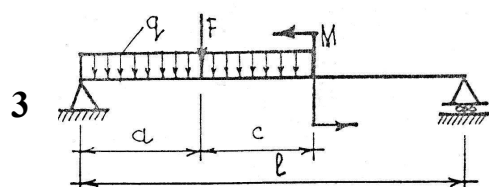
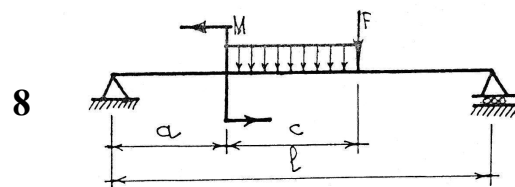
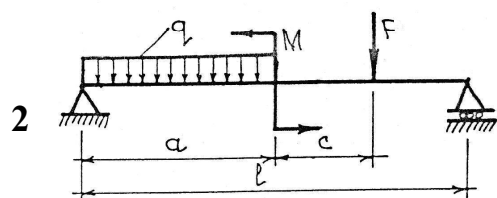
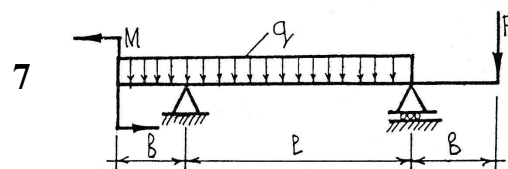
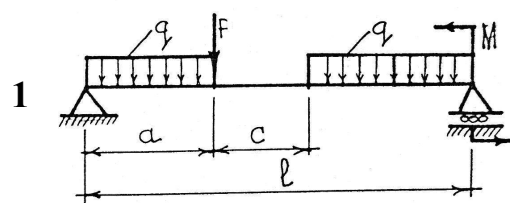
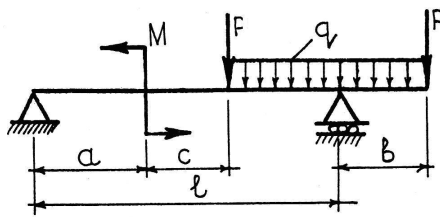
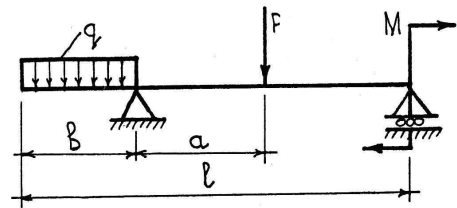


Рисунок 4

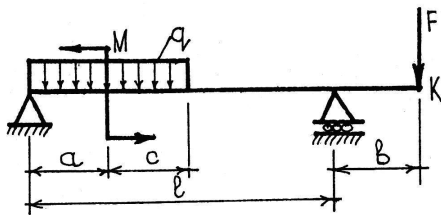
13



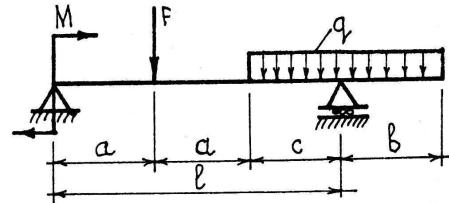
19



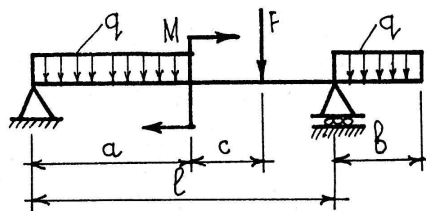
14



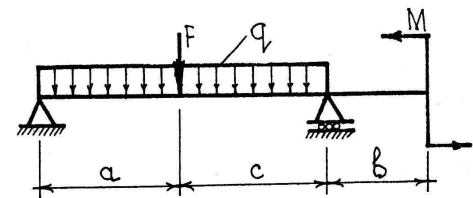
20



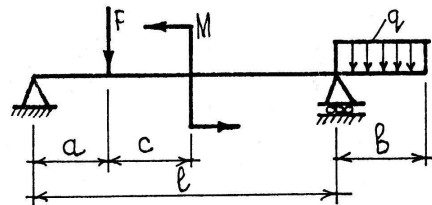
15



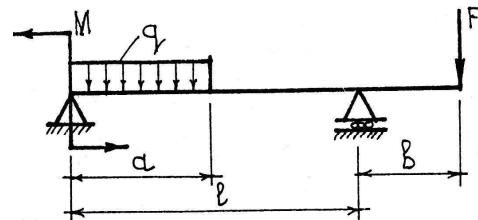
21



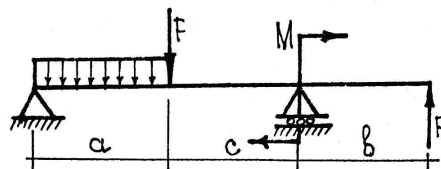
16



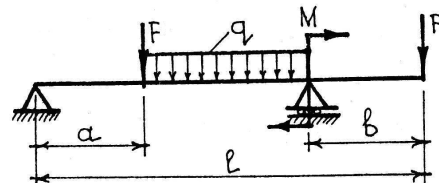
22



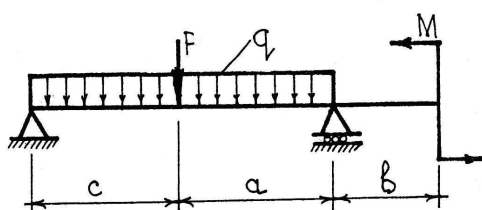
17



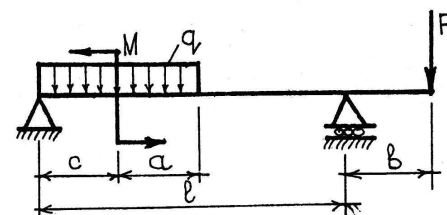
23



18



24



Таблиця 2 - Вихідні дані до завдання 2

№ з/п	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$\ell$ , м	$F$ , кН	$M$ , кН·м	$q$ кН/м
1	2,5	3,0	1,0	8	30	25	20
2	3,0	2,0	1,5	9	10	10	30
3	2,0	2,5	1,0	6	30	40	5
4	1,0	3,0	0,5	5	20	30	15
5	0,5	2,0	1,5	9	30	20	20
6	3,0	3,0	0,5	0	10	10	30
7	2,5	2,5	1,0	8	30	30	5
8	1,5	3,0	0,5	7	20	10	15
9	1,0	2,5	1,0	9	15	40	25
10	2,0	2,0	1,5	6	30	20	10
11	3,0	3,0	1,0	7	10	30	10
12	2,0	2,0	0,5	8	30	25	20
13	2,5	2,5	1,5	8	20	10	30
14	3,0	3,0	1,0	9	15	40	5
15	3,0	2,0	0,5	6	20	30	15
16	2,0	3,0	1,5	5	15	20	10
17	2,5	2,5	1,0	9	35	10	20
18	3,0	3,0	0,5	10	40	30	20
19	2,0	2,5	1,5	8	10	40	30
20	3,0	2,0	1,5	7	30	20	5
21	2,5	3,0	1,0	9	20	30	15
22	3,0	2,0	0,5	6	15	50	25
23	2,5	2,5	1,5	7	35	40	10
24	2,0	3,0	0,5	8	15	30	5

### 2.3 Завдання №3

#### ПОБУДОВА ЕПЮР ЗГИНАЮЧИХ МОМЕНТІВ, ПОПЕРЕЧНИХ І ПОЗДОВЖНИХ СИЛ У РАМАХ

Для заданої рами потрібно:

- 1) визначити опорні реакції;
- 2) побудувати епюри згинаючих моментів  $M$ , поперечних  $Q$  і поздовжніх  $N$  сил.

#### **Методичні вказівки до завдання 3 і порядок його виконання**

1. Згідно з шифром вибрати схему балки на рисунку 5 та вихідні дані до неї з таблиці 3.

2. Накреслити в масштабі розрахункову схему рами.

3. За допомогою рівнянь статки визначити вертикальні й горизонтальні реакції на опорах. Контроль правильності визначення реакцій проводити за рівнянням рівноваги, що не було використане при визначенні реакцій.

4. Побудувати епюри згинаючих моментів, поперечних і поздовжніх сил.

Для цього, користуючись методом перерізів, розподілити раму на ділянки, встановити границі їх завантаження. Для кожної ділянки записати рівняння  $M_i = f(z_i)$ ,  $Q_i = f(z_i)$ ,  $N_i = f(z_i)$ , що дозволяють визначити величини  $M$ ,  $Q$  і  $N$  на границях ділянок.

Епюри  $M$ ,  $Q$  і  $N$  будують на геометричній схемі рами по осях стояків і ригелів.

Умовно вважається, що споглядач знаходиться в середині контуру рами.

На епюрі  $M$ , як правило, знаки не ставлять, а ординати згинаючих моментів відкладають обов'язково з боку розтягнутих волокон. Епюри  $Q$  і  $N$  позначають знаками згідно з правилами.

5. Для визначення знаків  $Q$  і  $M$  слід користуватись правилами, наведеними для балок (див. завдання 1). Для поздовжньої сили  $N$ , існує правило: *поздовжня сила вважається додатною при розтягненні стержня і від'ємною - при стиску*.

6. Перевірити правильність побудови епюр  $M$ ,  $Q$  і  $N$  виходячи з умови рівноваги всіх вузлів рами.

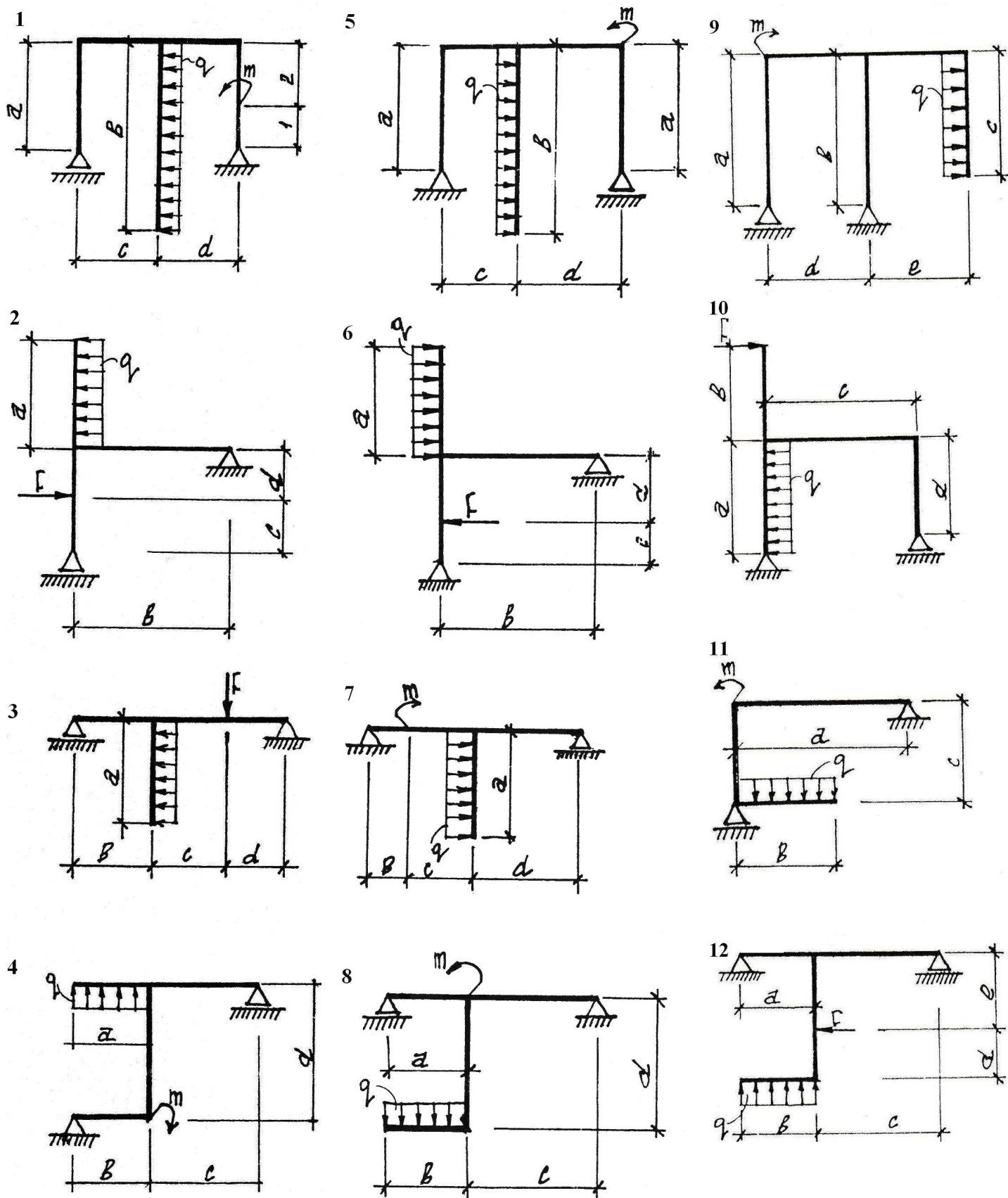
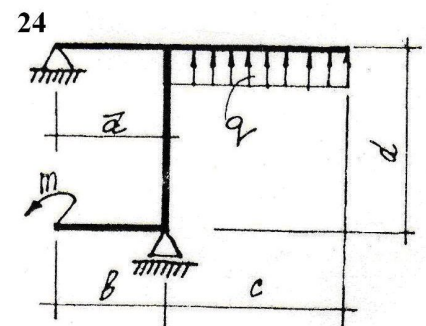
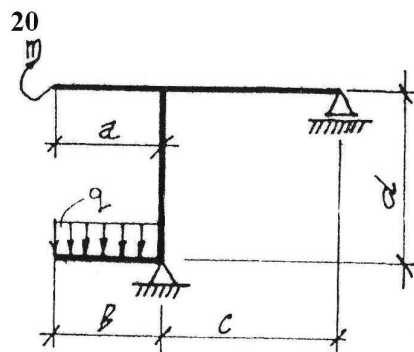
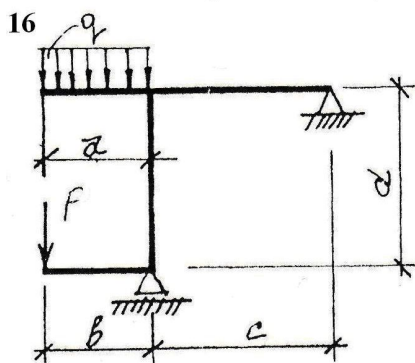
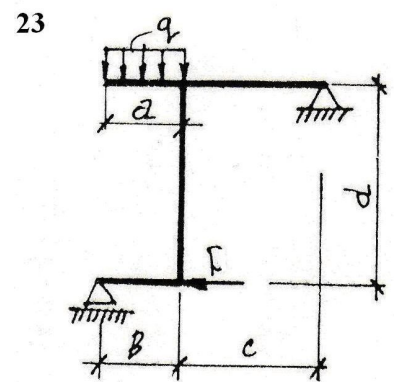
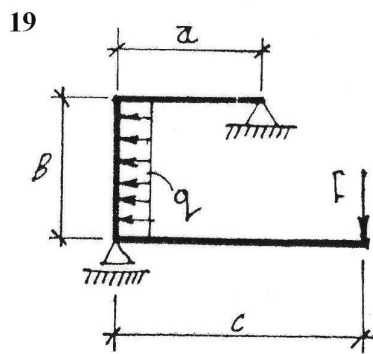
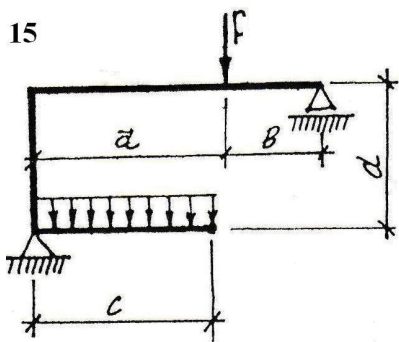
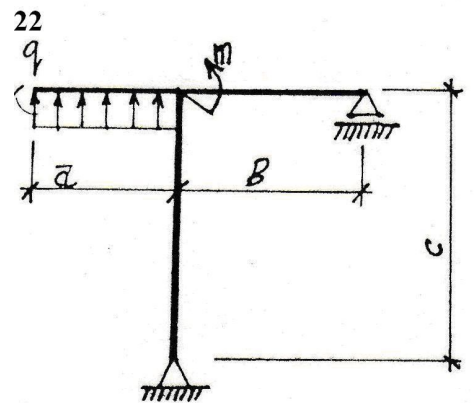
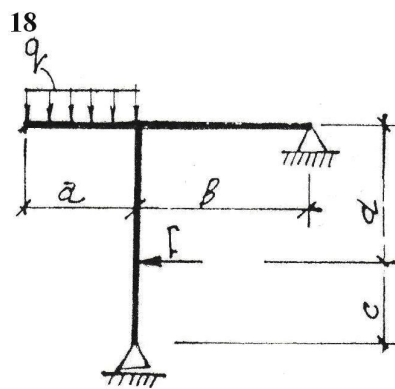
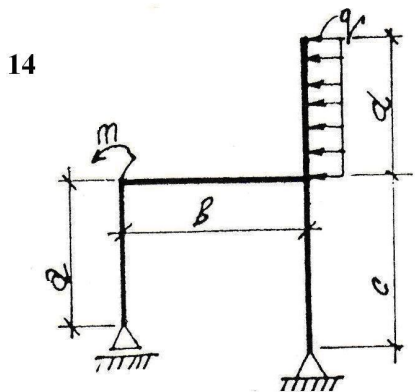
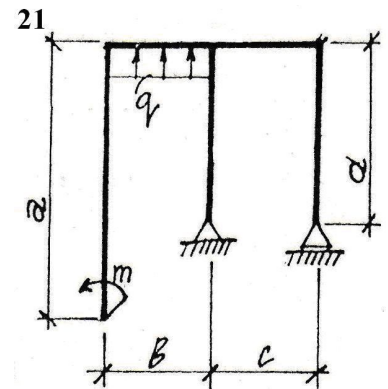
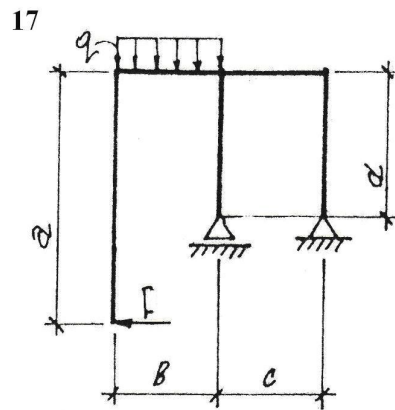
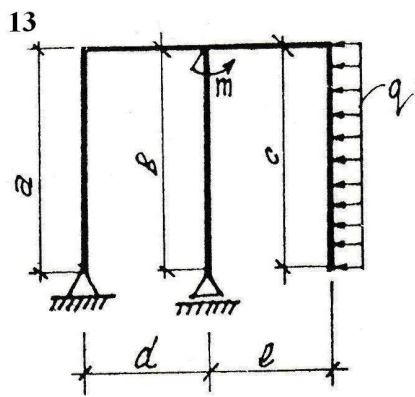


Рисунок 5





Таблиця 3 - Вихідні дані до завдання 3

№ з/п	$a$ , м	$b$ , м	$c$ , м	$d$ , м	$F$ , кН	$m$ , кН·м	$q$ , кН/м
1	2,0	2,5	0,5	1,0	30	25	20
2	1,0	3,0	1,0	1,0	10	10	30
3	0,5	2,0	0,5	1,5	30	40	5
4	3,0	3,0	1,0	1,0	20	30	15
5	2,5	2,5	1,5	1,0	30	20	20
6	1,5	3,0	0,5	1,5	10	10	30
7	1,0	2,5	1,0	1,0	30	30	5
8	2,0	3,0	0,5	0,5	20	10	15
9	1,0	2,5	1,0	1,5	15	40	25
10	2,0	2,0	1,5	0,5	30	20	10
11	3,0	3,0	1,0	1,5	10	30	10
12	2,0	2,5	0,5	1,0	30	25	20
13	2,5	3,0	1,5	0,5	20	10	30
14	2,0	2,0	1,0	1,5	15	40	5
15	1,0	3,0	0,5	0,5	20	30	15
16	0,5	2,5	0,5	1,5	15	20	10
17	3,0	2,5	1,0	1,0	35	10	20
18	2,5	3,0	0,5	0,5	40	30	20
19	1,5	2,5	1,0	1,5	10	40	30
20	1,0	2,0	1,5	1,0	30	20	5
21	2,0	3,0	1,0	0,5	20	30	15
22	3,0	2,0	0,5	1,5	15	50	25
23	2,5	2,5	1,5	1,0	35	40	10
24	2,0	3,0	0,5	0,5	15	30	5

### 3 ПРИКЛАДИ РОЗРАХУНКІВ

*Приклад 1.* Для балки, наведеної на рисунку 6. необхідно: визначити опорні реакції, побудувати епюри  $Q$  і  $M$ ; підібрати поперечний переріз.

*Вирішення 1.* Для визначення опорних реакцій записуємо рівняння статичної рівноваги:

$$\begin{aligned}\Sigma z = 0 &\Rightarrow H_A = 0. \\ \Sigma M_A = F \cdot 3,0 - q \cdot 5,0 \cdot 2,5 - M + R_B \cdot 5,0 = 0 &\Rightarrow \\ R_B = \frac{-20 \cdot 3,0 + 20 \cdot 5,0 \cdot 2,5 + 30}{5,0} &= 44 \text{ кН.} \\ \Sigma M_B = F \cdot 8,0 - R_A \cdot 5,0 + q \cdot 5,0 \cdot 2,5 - M &\Rightarrow \\ R_A = \frac{20 \cdot 8,0 + 20 \cdot 5,0 \cdot 2,5 - 30}{5,0} &= 76 \text{ кН.}\end{aligned}$$

При негативному значенні реакції варто змінити її напрямок на протилежний та далі вважати позитивним.

Перевіряємо, чи виконується рівняння  $\Sigma y = 0$ :

$$-F + R_A - q \cdot 5,0 + R_B = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 + 44 = 0,$$

тобто опорні реакції знайдені правильно.

2. Для визначення внутрішніх силових факторів  $Q$  і  $M$  розбиваємо балку на три ділянки і розглядаємо перерізи 1-1, 2-2, 3-3 на них. Відкидаємо праві частини балки для перерізів 1-1 і 2-2 (ліву – для перерізу 3-3) і розглядаємо рівновагу лівої (правої) частини цих балок.

*Переріз 1-1 (ділянка 1)  $0 < z_1 < 3,0$  м.*

З умови рівноваги  $\Sigma y = 0$  для лівої частини балки одержимо

$$Q_1 = -F = -20 \text{ кН.}$$

Із одержаного рішення можна зробити висновок, що поперечна сила на цій ділянці є постійною, тому її графічне зображення буде прямою лінією, паралельною осі  $z$ .

Згинаючі моменти на першій ділянці одержимо, взявши суму моментів лівих сил відносно перерізу 1-1:

$$M_1 = -F \cdot z_1.$$

З наведеної рівності випливає, що моменти змінюються за лінійним законом. Відповідну епюру одержимо за значеннями моментів:

$$\text{при } z_1 = 0 \quad M_1 = 0;$$

$$z_1 = 3,0 \text{ м} \quad M_1 = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

*Переріз 2-2 (ділянка 2)  $3,0 \text{ м} < z_2 < 8,0 \text{ м}$ .*

Поперечна сила на цій ділянці описується рівнянням

$$Q_2 = -F + R_A - q(z_2 - 3,0)$$

і змінюється за лінійним законом:

$$\text{при } z_2 = 3,0 \quad Q_2 = -F + R_A = -20 + 76 = 56 \text{ кН};$$

$$z_2 = 8,0 \text{ м} \quad Q_2 = -F + R_A - q \cdot 5,0 = -20 + 76 - 20 \cdot 5,0 = -44 \text{ кН.}$$

Згинаючий момент відносно перерізу 2-2 визначається рівнянням

$$M_2 = -F \cdot z_2 + R_A(z_2 - 3,0) - q \frac{(z_2 - 3,0)^2}{2}$$

і змінюється за законом квадратної параболи:

при

$$z_2 = 3,0 \quad M_2 = -F \cdot 3,0 = -20 \cdot 3,0 = -60 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$z_2 = 8,0 \text{ м}$$

$$M_2 = -F \cdot 8 + R_A \cdot 5,0 - q \frac{5,0^2}{2} = -20 \cdot 8,0 + 76 \cdot 5,0 - \frac{5,0^2}{2} = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі, де поперечна сила  $Q_2 = 0$ . Виходячи з цього, одержуємо

$$Q_2 = -F + R_A - q \cdot (z_2 - 3,0) = -20 + 76 - 20(z_2 - 3,0) = 0 \Rightarrow z_2 = 5,8 \text{ м}.$$

Максимальний згинаючий момент знаходиться в перерізі на відстані 5,8 м від лівого кінця балки і дорівнює

$$\begin{aligned} M_2^{max} &= -F \cdot 5,8 + R_A \cdot (5,8 - 3,0) - q \cdot \frac{(5,8 - 3,0)^2}{2} = \\ &= -20 \cdot 5,8 + 76 \cdot 2,8 - 20 \cdot \frac{2,8^2}{2} = 18,4 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Переріз 3-3 (ділянка 3)  $0 < z_3 < 1,0 \text{ м}$ .

$$Q_3 = 0.$$

$$M_3 = -M = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Згинаючий момент на цій ділянці постійний і має від'ємне значення (викликає розтягнення верхніх волокон балки).

За одержаними значеннями  $Q$  і  $M$  на границях ділянок будуємо епюри.

3. Поперечний переріз балки підбираємо за максимальним по модулю значенням згинаючого моменту, яке дорівнює 60 кН·м.

Стальна балка двотаврового профілю. Вважаючи  $[\sigma] = 160 \text{ МПа}$ ,

$$\text{Знайдемо } W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{60}{160 \cdot 10^3} = 0,375 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 375 \text{ см}^3$$

За таблицею ДСТУ 8239-89 вибираємо двотавр № 27 (дод. 2), для якого  $W_z = 371 \text{ см}^3$ , так, як  $\left| \frac{379 - 371}{379} \right| \cdot 100\% = 1,1\% < 2\%$ .

Дерев'яна балка прямокутного профілю. Вважаючи  $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ , і  $h = 2b$ , знайдемо

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]} = \frac{60}{10 \cdot 10^3} \geq 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \geq 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3.$$

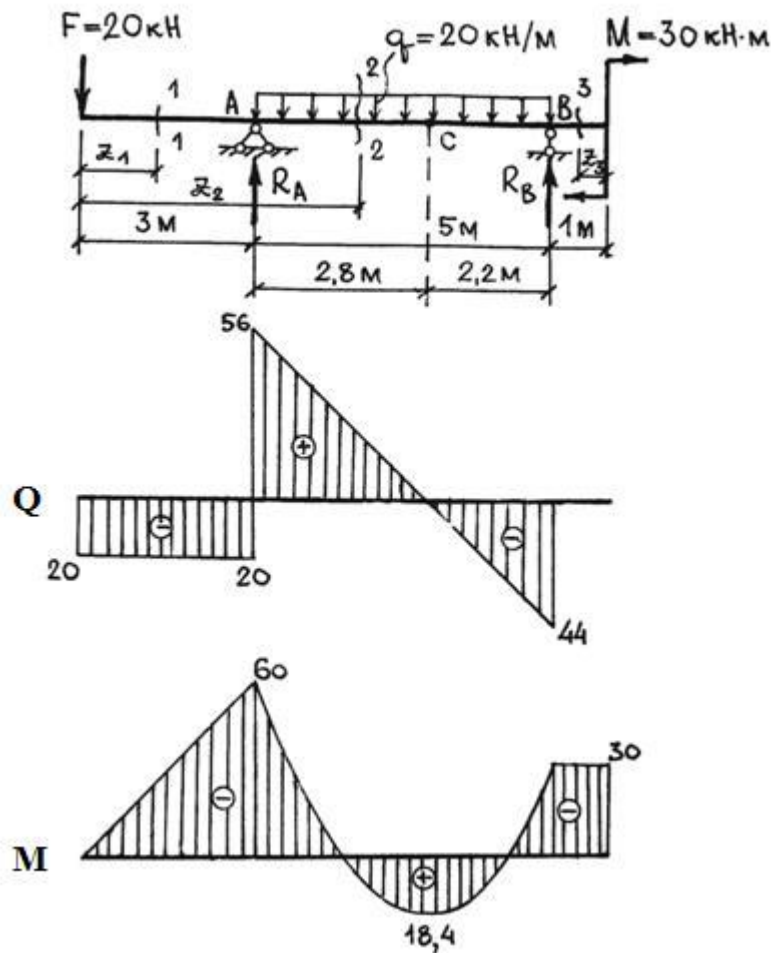


Рисунок 6 – Епюри  $Q$  і  $M$  для балки, наведеної в прикладі 1

Момент опору прямокутного перерізу

$$\frac{h}{b} = k = 2 \quad W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{\frac{h}{k} \cdot h^2}{6} = \frac{h^3}{6k}$$

Отже одержимо

$$\frac{h^3}{6k} \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} \Rightarrow h \geq \sqrt[3]{\frac{6k \cdot M_{\max}}{[\sigma]}} \quad h = 41,6 \text{ см.}$$

Дерев'яна балка круглого профілю. Вважаючи  $[\sigma] = 10 \text{ МПа}$ ,

знайдемо  $W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{60}{10 \cdot 10^3} \geq 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 \geq 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3$ .

Момент опору для круглого перерізу:

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} \text{ отже } \frac{\pi d^3}{32} \geq 6 \cdot 10^3 \text{ см}^3 \Rightarrow d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 6 \cdot 10^3}{3,14}} = 39,4 \text{ см.}$$

**Приклад 2.** Для рами показаної на рисунку 7 визначити опорні реакції, побудувати епюри поперечних і поздовжніх сил згинаючих моментів.

*Вирішення 1.* Визначаємо опорні реакції, користуючись рівняннями статичної рівноваги:

$$\Sigma z; \quad q \cdot 2,0 - F - H_B = 20 \cdot 2,0 - 10 - H_B = 0 \Rightarrow$$

$$H_B = 30 \text{ кН}$$

$$\Sigma M_A = 0 \quad -q \cdot 2,0 \cdot 1,0 - M + R_B \cdot 3,0 - H_B \cdot 2,0 = \\ = -20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 - 50 + R_B \cdot 3,0 - 30 \cdot 2,0 = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 + 30 \cdot 2,0}{3,0} = 50 \text{ кН.}$$

$$\Sigma M_B = 0 \quad -q \cdot 2,0 \cdot 3,0 - M + F \cdot 2,0 + R_A \cdot 3,0 = \\ = -20 \cdot 2,0 \cdot 3,0 - 50 + 10 \cdot 2,0 + R_A \cdot 3,0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{20 \cdot 2,0 \cdot 3,0 + 50 - 10 \cdot 2,0}{3,0} = 50 \text{ кН.}$$

Одержані величини опорних реакцій мають додатні значення, тобто їх напрями співпадають з прийнятими.

*Перевірка.*

$$\Sigma y = 0; \quad -R_A + R_B = -50 + 50 = 0.$$

Опорні реакції знайдені правильно.

2. Для визначення  $Q$ ,  $N$  і  $M$  користуємось методом перерізів. Розбиваємо раму на чотири ділянки і розглядаємо перерізи 1-1, 2-2, 3-3, 4-4 на них. Якщо на кожній з ділянок відкинути одну із частин рами, то рівновага частини, що залишиться, буде забезпечуватись відповідними поперечними і поздовжніми силами, згинаючими моментами.

Для усіх перерізів поперечну силу  $Q$  знаходимо з рівняння проекцій сил на осі, перпендикулярні до відповідних стояків і ригелів, поздовжню силу  $N$  – з рівняння проекцій сил на осі, паралельні відповідним стоякам і ригелям; згинаючий момент  $M$  – з рівняння суми моментів від усіх сил, що діють на залишену частину, відносно центру ваги відповідних перерізів.

*Переріз 1-1 (ділянка I)  $0 < z_I < 2,0$  м.*

$$Q_I = -q \cdot z_I; \quad N = R_A; \quad M_I = -\frac{q \cdot z_I^2}{2}$$

На цій ділянці поперечна сила змінюється за лінійним законом, поздовжня сила має постійне значення і розтягує стержень, а згинаючий момент змінюється за законом квадратної параболи:

$$\text{при } z_I = 0 \quad Q_I = 0; \quad N_I = R_A = 50 \text{ кН};$$

$$M_I = 0;$$

$$z_I = 2,0 \text{ м} \quad Q_I = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН}; \quad N_I = R_A = 50 \text{ кН};$$

$$M_I = -\frac{q \cdot 2,0^2}{2} = -\frac{20 \cdot 2,0^2}{2} = -40 \text{ кН м.}$$

Переріз 2-2 (ділянки 2)  $0 < z_2 < 3,0$  м.

$$Q_2 = -R_A; \quad N_2 = -q \cdot 2,0; \quad M_2 = -R_A \cdot z_2 - q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M.$$

На цій ділянці поперечна сила має постійне значення; поздовжня сила - також; згинаючий момент змінюється за лінійним законом:

$$\text{при } z_2 = 0 \quad Q_2 = -R_A = -50 \text{ кН}; \quad N_2 = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН};$$

$$M_2 = -q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M = -20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 = 10 \text{ кН м};$$

$$z_2 = 3,0 \text{ м} \quad Q_2 = -R_A = -50 \text{ кН}; \quad N_2 = -q \cdot 2,0 = -20 \cdot 2,0 = -40 \text{ кН};$$

$$M_2 = -R_A \cdot 3,0 - q \cdot 2,0 \cdot 1,0 + M = -50 \cdot 3,0 - 20 \cdot 2,0 \cdot 1,0 + 50 = -140 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Переріз 3-3 (ділянка 3)  $0 < z_3 < 2,0$  м.

$$Q_3 = H_B; \quad N_3 = -R_B; \quad M_3 = -H_B \cdot z_3.$$

Поперечна і поздовжня сили на цій ділянці мають постійне значення; згинаючий момент змінюється за лінійним законом:

$$\text{при } z_3 = 0 \quad Q_3 = H_B = 30 \text{ кН}; \quad N_3 = -R_B = -50 \text{ кН}; \quad M_3 = 0;$$

$$z_3 = 2,0 \text{ м} \quad Q_3 = H_B = 30 \text{ кН}; \quad N_3 = -R_B = -50 \text{ кН};$$

$$M_3 = -H_B \cdot 2,0 = -30 \cdot 2,0 = -60 \text{ кН м}.$$

Переріз 4-4 (ділянка 4)  $2,0 \text{ м} < z_4 < 4,0$  м.

$$Q_4 = H_B + F; \quad N_4 = -R_B; \quad M_4 = -H_B \cdot z_4 - F \cdot (z_4 - 2).$$

На цій ділянці поперечна і поздовжня сили мають постійне значення; згинаючий момент змінюється за лінійним законом:

$$\text{при } z_4 = 2,0 \text{ м} \quad Q_4 = H_B + F = 30 + 10 = 40 \text{ кН}; \quad N_4 = -R_B = -50 \text{ кН};$$

$$M_4 = -H_B \cdot 2,0 = -30 \cdot 2,0 = -60 \text{ кН м};$$

$$z_4 = 4,0 \text{ м} \quad Q_4 = H_B + F = 30 + 10 = 40 \text{ кН}; \quad N_4 = -R_B = -50 \text{ кН};$$

$$M_4 = -H_B \cdot 4,0 - F \cdot 2,0 = -30 \cdot 4,0 - 10 \cdot 2,0 = -140 \text{ кН м};$$

За результатами обчислень будуюмо епюри  $Q$ ,  $N$  і  $M$ , приймаючи до уваги знаки знайдених величин.

При побудові епюр  $Q$ ,  $N$  додатний напрям осі ординат обираємо вгору (тобто назовні контуру рами); при побудові епюри  $M$  – вниз, бо ця епюра будується на розтягнутих волокнах.

3. Як видно з прикладу, розрахунок рами пов'язаний з великими обчисленнями, що може привести до хибних результатів. Тому знайдені значення  $Q$ ,  $N$  і  $M$  слід перевірити з використанням рівнянь, які не використовувались вище.

Перевірку правильності знайдених значень  $Q$ ,  $N$  і  $M$  проводять за умови рівноваги усіх вузлів рами. Для цього треба вирізати вузли  $C$  і  $D$ , прикласти в перерізах вузлів зусилля  $Q$ ,  $N$  і  $M$  з напрямками, що відповідають правилу знаків (рис. 8, б).

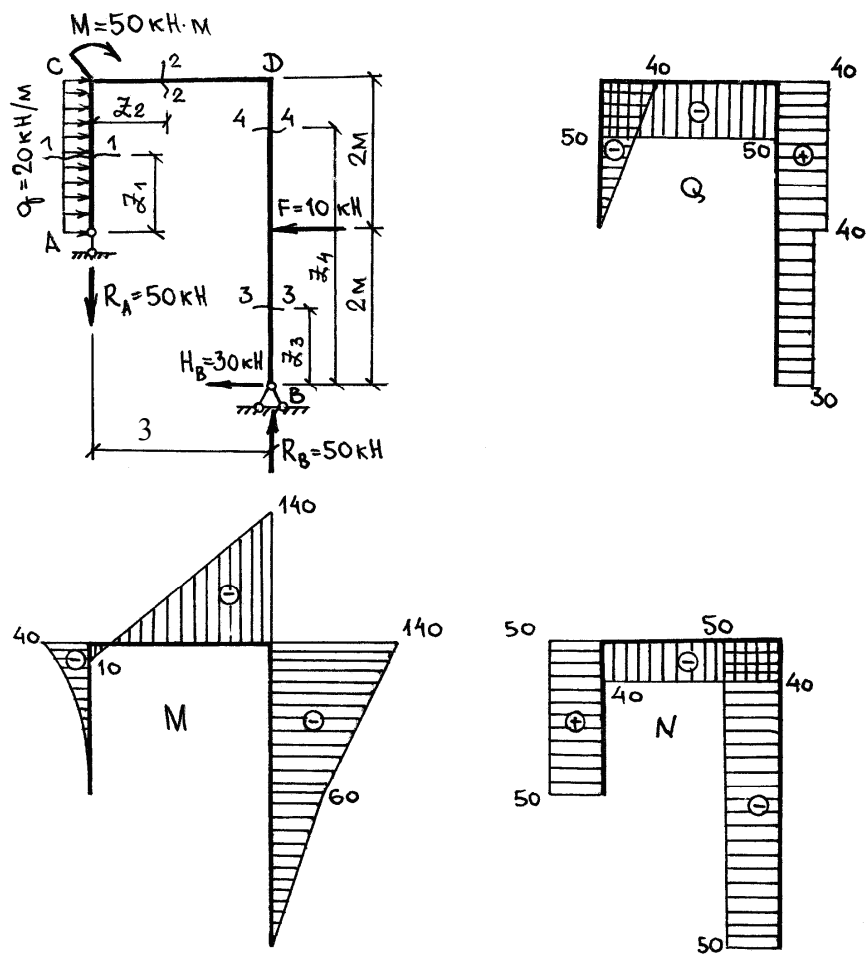


Рисунок 7 - Епюри  $Q$ ,  $N$  і  $M$  для рами, наведеної в прикладі 2

Вузол С. Відзнакою цього вузла є наявність у ньому зовнішнього моменту  $M = 50 \text{ кН м}$ . Прикладаємо його до вузла. Складаємо три умови рівноваги (рис. 8, а).

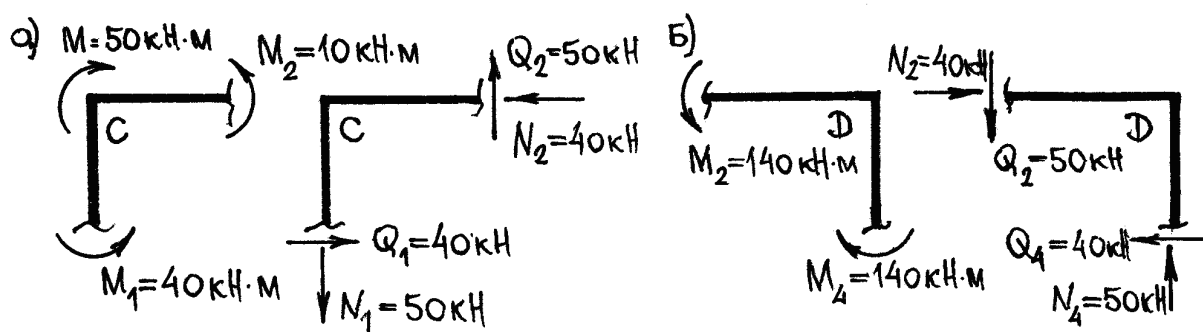


Рисунок 8 - Вузли С і D із зусиллями, що діють в їх перерізах

$$\Sigma M_C = M_1 + M_2 - M = 40 + 10 - 50 = 0;$$

$$\Sigma z = Q_1 - N_2 = 40 - 40 = 0;$$

$$\Sigma y = -N_1 + Q_2 = -50 + 50 = 0.$$

Всі рівняння задовольняють вимогам рівноваги, тобто вузол знаходиться в рівновазі.

Вузол *D*. Рівняння рівноваги для цього вузла (рис. 8, б):

$$\Sigma M_D = M_2 - M_4 = 140 - 140 = 0;$$

$$\Sigma z = N_2 - Q_4 = 40 - 40 = 0;$$

$$\Sigma y = -Q_2 + N_4 = -50 + 50 = 0.$$

Вузол *D* також знаходиться в рівновазі.

Можна зробити висновок, що зусилля  $Q$ ,  $N$  і  $M$  визначені правильно.

#### 4 КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РГЗ

За розрахунково-графічне завдання (РГЗ) студент отримує максимальну оцінку, якщо воно виконане у відведений строк (3 тижні з моменту видачі завдання), з використанням комп'ютерної техніки, акуратно оформлене, містить аналіз отриманих результатів.

У разі виконання РГЗ без використання комп'ютера або затримки виконання на 2 тижні (з використанням комп'ютера) студент отримує 90 % від максимальної оцінки. При виконанні РГЗ із затримкою більш ніж на 2 тижні студент отримує 80 % від максимальної оцінки, із затримкою більше місяця – 60 % від максимальної оцінки.



## СПИСОК ДЖЕРЕЛ

1. Дарков А. В. Сопротивление материалов. /А. В. Дарков, Г. С. Шпиро/. – Москва. : Высш. шк., 1975. – 654 с.
2. Беляев Н. М. Сопротивление материалов. /Н. М. Беляев/. – Москва.: вид. «Наука», 1968. – 352 с.
3. Сопротивление материалов / Под общ. ред. Г. С. Писаренко/. – Київ : Вища школа, 1979. – 696 с.
4. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності / В. Г. Піскунов, Ю. М. Феодоренко , В. Ю. Шевченко та ін./ . – Київ : Вища школа, 1994. – 423 с.
5. Чихладзе Е. Д. Опір матеріалів: Навч. посібник /Е. Д. Чихладзе /. – Харків : УкрДАЗТ, 2002. – 362 с.

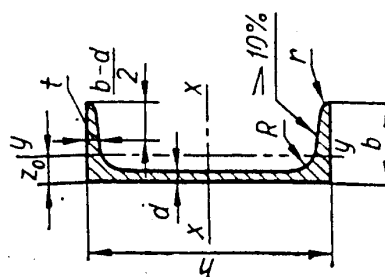
# Швелери (за ДСТУ 8240-89)

Додаток А

Позначення:

$h$  — висота швелера;  
 $b$  — ширина полиці;  
 $d$  — товщина стінки;  
 $t$  — середня товщина полиці;  
 $J$  — момент інерції;

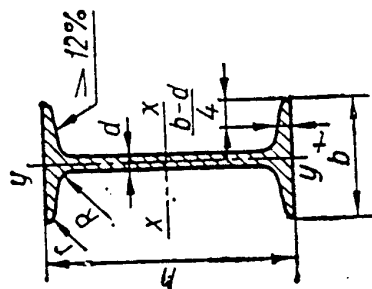
$W$  — момент опору;  
 $i$  — радіус інерції;  
 $S$  — статичний момент півперерізу;  
 $z_0$  — відстань від осі  $y$  до зовнішньої  
 грані стінки



Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу $F$ , $\text{см}^2$	$J_x$ , $\text{см}^4$	$W_x$ , $\text{см}^3$	$i_x$ , $\text{см}$	$S_x$ , $\text{см}^3$	$J_y$ , $\text{см}^4$	$W_y$ , $\text{см}^3$	$i_y$ , $\text{см}$	$z_0$ , $\text{см}$	Маса $l$ , кг
	$h$	$b$	$d$	$t$										
5	50	32	4,4	7,0	6,16	22,8	9,1	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16	4,84
6,5	65	36	4,4	7,2	7,51	48,6	15,0	2,54	9,0	8,7	3,68	1,08	1,24	5,90
8	80	40	4,5	7,4	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31	7,05
10	100	46	4,5	7,6	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44	8,59
12	120	52	4,8	7,8	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54	10,4
14	140	58	4,9	8,1	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67	12,3
14a	140	62	4,9	8,7	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87	13,3
16	160	64	5,0	8,4	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,6	13,8	1,87	1,80	14,2
16a	160	68	5,0	9,0	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00	15,3
18	180	70	5,1	8,7	20,7	1090	121	7,24	69,8	86	17,0	2,04	1,94	16,3
18a	180	74	5,1	9,3	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13	17,4
20	200	76	5,2	9,0	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07	18,4
20a	200	80	5,2	9,7	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28	19,8
22	220	82	5,4	9,5	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21	21,0
22a	220	87	5,4	10,2	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46	22,6
24	240	90	5,6	10,0	30,6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42	24,0
24a	240	95	5,6	10,7	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67	25,8
27	270	95	6,0	10,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47	27,7
30	300	100	6,5	11,0	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52	31,8
33	330	105	7,0	11,7	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59	36,5
36	360	110	7,5	12,6	53,4	10 820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68	41,9
40	400	115	8,0	13,5	61,5	15 220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75	48,3

# Балки двотаврові (за ДСТУ 8239-89)

Додаток Б



Позначення:

$h$  — висота балки;  
 $b$  — ширина полиці;  
 $d$  — товщина стінки;  
 $t$  — середня товщина полиці;

$J$  — момент інерції;  
 $W$  — момент опору;  
 $i$  — радіус інерції;  
 $S$  — статичний момент півперерізу

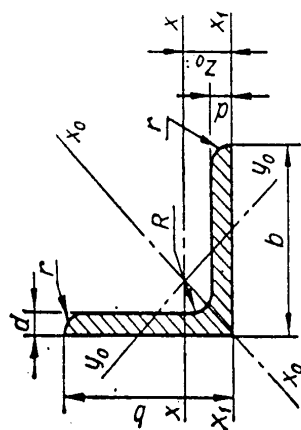
Номер профілю	Розміри, мм				Площа перерізу $F$ , см <sup>2</sup>	$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$S_x$ , см <sup>3</sup>	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см	Маса 1 м, кг
	$a$	$h$	$d$	$t$									
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22	9,46
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38	11,5
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55	13,7
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70	15,9
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88	18,4
18a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12	19,9
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07	21,0
20a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32	22,7
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27	24,0
22a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50	25,8
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37	27,3
24a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63	29,4
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54	31,5
27a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80	33,9
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69	36,5
30a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95	39,2
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79	42,2
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89	48,6
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19062	953	16,2	545	667	86,1	3,03	57,0
45	450	160	9	14,2	84,7	27696	1231	18,1	708	808	101	3,09	66,5
50	500	170	10	15,2	100	39727	1589	19,9	919	1043	123	3,23	78,5
55	550	180	11	16,5	118	55962	2035	21,8	1181	1356	151	3,39	92,6
60	600	190	12	17,8	138	76806	2560	23,6	1491	1725	182	3,54	108

# Кутники рівнобікі (за ДСТУ 8509-86)

Додаток В

Позначення:

- $b$  — ширина полиці;  
 $d$  — товщина полиці;  
 $J$  — момент інерції;  
 $i$  — радіус інерції;  
 $z_0$  — відстань від центра ваги до зовнішньої грані полиці



Номер профілю	Розміри, мм		Площа перерізу $F$ , $\text{см}^2$	$J_x$ , $\text{см}^4$	$i_x$ , $\text{см}$	$J_{x_{\text{max}}}$ , $\text{см}^4$	$i_{x_{\text{max}}}$ , $\text{см}$	$J_{y_0 \text{ min}}$ , $\text{см}^4$	$i_{y_0 \text{ min}}$ , $\text{см}$	$J_{x_1}$ , $\text{см}^4$	$z_0$ , $\text{см}$	Маса $l$ м, кг
	$b$	$d$										
5	50	3	2,96	7,11	1,55	11,3	1,95	2,95	1,00	12,4	1,33	2,32
		4	3,89	9,21	1,54	14,6	1,94	3,80	0,99	16,6	1,38	3,05
		5	4,80	11,20	1,53	17,8	1,92	4,63	0,98	20,9	1,42	3,77
5,6	56	4	4,38	13,1	1,73	20,8	2,18	5,41	1,11	23,3	1,52	3,44
		5	5,41	16,0	1,72	25,4	2,16	6,59	1,10	29,2	1,57	4,25
6,3	63	4	4,96	18,9	1,95	29,9	2,45	7,81	1,25	33,1	1,69	3,90
		5	6,13	23,1	1,94	36,6	2,44	9,52	1,25	41,5	1,74	4,81
		6	7,28	27,1	1,93	42,9	2,43	11,20	1,24	50,0	1,78	5,72
6,5	65	6	7,52	29,85	1,99	47,38	2,51	12,32	1,28	17,53	1,83	5,91
			9,84	38,13	1,97	60,42	1,27	15,85	2,48	28,29	1,90	7,73
7	70	4,5	6,20	29,0	2,16	46,0	2,72	12,0	1,39	51,0	1,88	4,87
		5	6,86	31,9	2,16	50,7	2,72	13,2	1,39	56,7	1,90	5,38
		6	8,15	37,6	2,15	59,6	2,71	15,5	1,38	68,4	1,94	6,39
		7	9,42	43,0	2,14	68,2	2,69	17,8	1,37	80,1	1,99	7,39
		8	10,70	48,2	2,13	76,4	2,68	20,0	1,37	91,9	2,02	8,37
7,5	75	5	7,39	39,5	2,31	62,6	2,91	16,4	1,49	69,6	2,02	5,80
		6	8,78	46,6	2,30	73,9	2,90	19,3	1,48	83,9	2,06	6,89
		7	10,1	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3	2,10	7,96
		8	11,5	59,8	2,28	94,6	2,87	24,8	1,47	113	2,15	9,02
		9	12,8	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127	2,18	10,10
8	80	5,5	8,63	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2	2,17	6,78
		6	9,38	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102	2,19	7,36
		7	10,6	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119	2,23	8,51
		8	12,3	73,4	2,34	116	3,08	30,3	1,57	137	2,27	9,65
9	90	6	10,6	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145	2,43	8,33
		7	12,3	94,3	2,77	150	3,49	38,9	1,78	169	2,47	9,64
		8	13,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194	2,51	10,9
		9	15,6	118	2,75	186	3,96	48,6	1,77	219	2,55	12,2

Додаток В

# ПОДОВЖЕННЯ ДОДАТКУ В

Номер профі- лю	Розміри, мм		Площа перерізу $F$ , $\text{см}^2$	$J_x$ , $\text{см}^4$	$i_x$ , $\text{см}$	$J_{x_0\text{max}}$ , $\text{см}^4$	$i_{x_0\text{max}}$ , $\text{см}$	$J_{y_0\text{min}}$ , $\text{см}^4$	$i_{y_0\text{min}}$ , $\text{см}$	$J_{x_1}$ , $\text{см}^4$	$z_0$ , $\text{см}$	Маса $l$ м, кг
	$b$	$a$										
10	100	6,5	12,8	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214	2,68	10,1
		7	13,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231	2,71	10,8
		8	15,6	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265	2,75	12,2
		10	19,2	179	2,05	284	3,84	74,1	1,96	333	2,83	15,1
		12	22,8	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402	2,91	17,9
		14	26,3	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472	2,99	20,6
11	110	16	29,7	264	2,98	416	3,74	112,0	1,94	542	3,06	23,3
		7	15,7	176	3,40	279	4,29	72,7	2,19	308	2,96	11,9
12,5	125	8	17,2	198	3,39	315	4,28	81,8	2,18	353	3,00	13,5
		8	19,7	294	3,37	467	4,87	122	2,49	516	3,36	15,5
		9	22,0	327	3,86	520	4,86	135	2,48	582	3,40	17,3
		10	24,3	360	3,85	571	4,84	149	2,47	649	3,45	19,1
		12	28,9	422	3,82	670	4,82	174	2,46	782	3,53	22,7
		14	33,4	482	3,80	764	4,78	200	2,45	916	3,61	26,2
14	140	16	37,8	539	3,78	853	4,75	224	2,44	1051	3,68	29,6
		9	24,7	466	4,34	739	5,47	192	2,79	818	3,78	19,4
		10	27,3	512	4,33	814	5,46	211	2,78	911	3,82	21,5
16	160	12	32,5	602	4,31	957	5,43	248	2,76	1097	3,90	25,5
		10	31,4	774	4,96	1229	6,25	319	3,19	1356	4,30	24,7
		11	34,4	844	4,95	1341	6,24	348	3,18	1494	4,35	27,0
		12	37,4	913	4,94	1450	6,23	376	3,17	1633	4,39	29,4
		14	43,3	1046	4,92	1662	6,20	431	3,16	1911	4,47	34,0
		16	49,1	1175	4,89	1866	6,17	485	3,14	2191	4,55	38,5
18	180	18	54,8	1299	4,87	2061	6,13	537	3,13	2472	4,63	43,0
		20	60,4	1419	4,85	2248	6,10	589	3,12	2756	4,70	47,4
		11	38,8	1216	5,60	1933	7,06	500	3,59	2128	4,85	30,5
18	180	12	42,2	1317	5,59	2093	7,04	540	3,58	2324	4,89	33,1

*Навчальне видання*

Методичні вказівки і завдання

для практичних занять, виконання контрольних  
і розрахунково-графічних завдань, самостійної роботи  
з курсу «Опору матеріалів»  
за темою

**«ЗГИН БАЛОК ТА РАМ»**

*(для студентів 1 – 2 курсів денної, заочної форм навчання та  
слухачів другої вищої освіти за  
напрямом 6.060103 – Гідротехніка(водні ресурси)  
192 – Будівництво та інженерія. Гідротехніка (водні ресурси))*

Укладачі : **СЕРЕДА** Наталя Василівна,  
**СКЛЯРОВ** В'ячеслав Олександрович

Відповідальний за випуск *А. О. Гарбуз*

За авторською редакцією

Комп'ютерне верстання *І. В. Волосожарова*

План 2016 поз. 182 М

---

Підп. до друку 26.10.2016 р.  
Друк на ризографі  
Зам. №

Формат 60×84/16  
Ум. друк. арк. 1,8  
Тираж 50 пр.

Видавець і виготовлювач:  
Харківський національний університет  
міського господарства імені О. М. Бекетова,  
вул. Революції, 12, Харків, 61002  
Електронна адреса: rectorat@kname.edu.ua  
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи:  
ДК № 4705 від 28.03.2014 р.